

А.А. Тлисов¹, Р.А. Прокопенко¹, Д.А. Баловнев¹

¹ПАО «ИНЭУМ им. И.С. Брука»

A. Tlisov, R. Prokopenko, D. Balovnev

ОПРЕДЕЛЕНИЕ РАССОГЛАСОВАНИЯ КООРДИНАТНЫХ СИСТЕМ АКСЕЛЕРОМЕТРА И МАГНЕТОМЕТРА ДЛЯ ИХ КАЛИБРОВКИ

CALIBRATION FOR ALIGNMENT OF ACCELEROMETER AND MAGNETOMETER AXES

Приведены методы устранения расхождения координатных осей акселерометра и магнетометра для их совместной калибровки. В отличие от описанных ранее подходов, решения представлены в том числе и в аналитическом виде. Приведенные алгоритмы позволяют получить матрицу поворота, устраняющую несоответствие осей акселерометра и магнетометра, а также определить значение угла между вектором ускорения свободного падения и вектором магнитной индукции. Работоспособность методов была проверена с помощью математического моделирования и подтверждена экспериментально.

Methods of calibration for alignment of accelerometer and magnetometer axes are presented. The solutions are proposed in analytic form in contrast with other known papers. The algorithms allowed us to obtain a rotation matrix which eliminates the misalignment as well as to determine the angle between gravitation and Earth's magnetic flux. The methods were examined with numerical simulation and were experimentally proved.

Ключевые слова: МЭМС, калибровка, акселерометр, магнетометр, инерциальный датчик.

Keywords: MEMS, calibration, accelerometer, magnetometer, inertial sensor.

Введение

В настоящее время широкое распространение получили миниатюрные и дешевые датчики, предназначенные для определения ориентации в пространстве. Такие устройства обычно содержат трехосные МЭМС-акселерометр, гироскоп, а также магнетометр. Трех-

мерная ориентация рассчитывается на основании показаний этих датчиков с помощью специализированных алгоритмов [1, 2, 3]. Обратной стороной дешевизны указанных измерительных устройств является их невысокая точность, что делает необходимым наличие процедуры калибровки системы.

Многokrратно описаны и широко используются на практике методы калибровки показаний акселерометра и магнетометра, основанные на решении задачи оптимального подбора параметров эллипсоида [4, 5]. Данный подход подбора параметров эллипсоида позволяет найти матрицу, преобразующую эллипсоид измерений в сферу, что дает возможность произвести калибровку показаний акселерометра и магнетометра. Однако эти методы не позволяют определить и скомпенсировать несоответствие механической ориентации осей двух приборов, если рассматривать каждый датчик по отдельности. Кроме того, дополнительным источником несоответствия ориентации осей может служить межосевая чувствительность в магнетометре [6, 7], которая приводит к эффекту поворота системы координат датчика на определенный угол в пространстве.

Стоит отметить, что такой подход не всегда гарантирует отсутствие поворота осей конечной сферы относительно начальной системы координат, т.к., действительно, сфера, повернутая на любой угол в пространстве, по-прежнему оставаясь сферой, может удовлетворять критерию оптимальности. В связи с этим, несоответствие осей показаний магнетометра и акселерометра может появиться после независимой калибровки каждого прибора методом поиска оптимальных параметров эллипсоида.

Некоторые представленные в литературе методы для нахождения матрицы поворота, устраняющей несоответствие координатных осей магнетометра и акселерометра, предполагают априорное знание величины и направления вектора магнитной индукции для данного места [8], что является затруднительным, особенно при работе внутри помещений. Более того, задача нахождения указанной матрицы сводится к невыпуклой задаче нелинейной оптимизации и не гарантирует нахождение глобального оптимума. В других рабо-

тах авторам удалось снять ограничение на априорное знание ориентации вектора магнитной индукции [9], тем не менее, по-прежнему используется оптимизационный метод нахождения матрицы поворота.

Представленный нами подход позволяет устранить рассогласование осей акселерометра и магнетометра после их независимой калибровки методом поиска оптимальных параметров эллипсоида. В отличие от указанных выше методов, решение задачи получено в т.ч. и в аналитическом виде.

1. Аналитическая часть

1.1. Оптимизационный подход

Идея метода заключается в том, что при любой ориентации системы датчиков угол между вектором ускорения и вектором магнитного поля должен быть постоянным. В случае несовпадения осей акселерометра и магнетометра это постоянство нарушается. Формально можно записать следующее выражение:

$$\mathbf{a}_i^T \cdot \mathbf{R} \cdot \mathbf{m}_i = d, \mathbf{a}, \mathbf{m} \in \mathbb{R}^3, \mathbf{R} \in \mathbb{R}^{3 \times 3}, i = 1 \dots k, \quad (1)$$

где \mathbf{a} – нормированные показания акселерометра; \mathbf{m} – нормированные показания магнетометра; \mathbf{R} – ортонормированная матрица поворота, устраняющая несоответствие координатных систем акселерометра и магнетометра; d – косинус угла между вектором ускорения свободного падения и вектором магнитной индукции; i – индекс измерения; k – количество измерений.

В работе [9] для уравнения (1) предлагается решить задачу невыпуклой нелинейной оптимизации с поиском девяти элементов матрицы \mathbf{R} и параметра d . Далеко не всякий набор чисел является допустимым для ортонормированной матрицы поворота, что усложняет оптимизационную задачу и делает ее решение субоптимальным при наличии шумов в измерениях.

Сложность, связанную с данными ограничениями, можно обойти, если представить

матрицу поворота в экспоненциальной форме $\mathbf{R}(\boldsymbol{\omega}) = e^{[\boldsymbol{\omega}]}$, где $\boldsymbol{\omega}$ – вектор поворота, направление которого совпадает с осью вращения, а длина равна углу поворота в радианах, квадратные скобки означают кососимметрическую матрицу:

$$[\boldsymbol{\omega}] = \begin{bmatrix} 0 & -\omega_3 & \omega_2 \\ \omega_3 & 0 & -\omega_1 \\ -\omega_2 & \omega_1 & 0 \end{bmatrix}.$$

Для нахождения матрицы \mathbf{R} и параметра d можно решить следующую оптимизационную задачу:

$$\min_{\boldsymbol{\omega}, d} \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k (\mathbf{a}_i^T \cdot \mathbf{R}(\boldsymbol{\omega}) \cdot \mathbf{m}_i - d)^2,$$

которая, по всей видимости, является выпуклой, что хоть и не доказано нами строго, но следует из того, что результаты расчетов по трем разным методам, описанным ниже, сходятся к одному значению. Кроме того, не надо дополнительно учитывать ограничение ортонормированности компонент матрицы \mathbf{R} .

1.2. Аналитический метод

Понятно, что аналитическое решение рассматриваемой задачи зачастую предпочтительнее оптимизационного метода. Для этого перепишем выражение (1) в следующем виде, преобразовав матрицу поворота в вектор:

$$(\mathbf{m}_i \otimes \mathbf{a}_i)^T \text{vec}(\mathbf{R}) = d, \quad i = 1 \dots k,$$

где оператор \otimes означает произведение Кронекера, операция vec означает преобразование матрицы $[3 \times 3]$ в вектор $[9 \times 1]$, составленный из столбцов исходной матрицы.

Компонуя все измерения в единую матрицу, получим:

$$\begin{bmatrix} (\mathbf{m}_1 \otimes \mathbf{a}_1)^T \\ \vdots \\ (\mathbf{m}_k \otimes \mathbf{a}_k)^T \end{bmatrix} \cdot \frac{\text{vec}(\mathbf{R})}{d} = \begin{bmatrix} 1 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix}_{k \times 1}.$$

Примем $\mathbf{r} = \frac{\text{vec}(\mathbf{R})}{d}$, $\mathbf{K} = \begin{bmatrix} (\mathbf{m}_1 \otimes \mathbf{a}_1)^T \\ \vdots \\ (\mathbf{m}_k \otimes \mathbf{a}_k)^T \end{bmatrix}$, тогда $\mathbf{K} \cdot \mathbf{r} = \begin{bmatrix} 1 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix}_{k \times 1}$.

Найдем \mathbf{r} методом наименьших квадратов: $\mathbf{r} = \mathbf{K}^+ \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix}_{k \times 1}$,

где оператор $+$ при матрице \mathbf{K} означает взятие псевдообратной матрицы.

Можно также воспользоваться методом полных наименьших квадратов [10], лучше приспособленным для случаев, когда измерения содержат ошибки. Данный метод позволяет найти оптимальное значение вектора \mathbf{r} . Сначала выполняется сингулярное разложение:

$$\left[\mathbf{K} \begin{bmatrix} 1 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix}_{k \times 1} \right] = \mathbf{U} \cdot \mathbf{S} \cdot \mathbf{V}^T,$$

где выражение слева обозначает матрицу, составленную из матрицы \mathbf{K} и вектора-столбца единиц. Затем находится вектор \mathbf{r} :

$$\mathbf{r} = -\frac{(\mathbf{V}^T)_{1:9,10}}{(\mathbf{V}^T)_{10,10}}.$$

Вычисленный вектор \mathbf{r} преобразуем в матрицу \mathbf{R}_d размерностью 3×3 . Данная матрица представляет собой приближенно матрицу поворота, помноженную на косинус угла между векторами d . Воспользовавшись тем свойством, что матрица поворота является ортонормированной матрицей, извлечем из матрицы \mathbf{R}_d матрицу поворота \mathbf{R} и косинус угла между векторами d с помощью сингулярного разложения.

$$\mathbf{R}_d = \tilde{\mathbf{U}} \cdot \tilde{\mathbf{S}} \cdot \tilde{\mathbf{V}}^T, \mathbf{R} = \tilde{\mathbf{U}} \cdot \tilde{\mathbf{V}}^T, d = 3 / \text{trace}(\tilde{\mathbf{S}}).$$

Значение угла между вектором ускорения свободного падения и вектором магнитной индукции используется для работы многих алгоритмов расчета ориентации. Данное значение получено для данного места, и его использование позволяет вычислять ориентацию

значительно точнее, чем при использовании данных о магнитном поле из карт с указанием магнитного наклона, особенно при работе внутри помещений.

Найденная матрица поворота \mathbf{R} является субоптимальной в том смысле, что первоначально при нахождении ее векторной формы \mathbf{K} методом наименьших квадратов никак не были учтены ограничения на ее компоненты. Эти ограничения были наложены в дальнейшем с помощью сингулярного разложения. Далее в процессе моделирования мы стараемся оценить, как это повлияло на точность ее определения, и какой метод дает лучший результат.

1.3. Моделирование

Как было сказано выше, матрица поворота, устраняющая несоответствие осей акселерометра и магнетометра и удовлетворяющая уравнению (1), может быть получена несколькими способами.

С помощью математического моделирования было произведено сравнение точности работы оптимизационного метода, метода наименьших квадратов и метода полных наименьших квадратов при различных значениях шума в измеряемых сигналах. При моделировании угол между вектором магнитной индукции и вектором измеряемого ускорения \mathbf{g} был принят равным 80° . Было сгенерировано 300 случайных матриц поворота из связанной системы координат в фиксированную, и рассчитаны показания акселерометра и магнетометра при каждой ориентации. В результате были получены наборы $\mathbf{a}_i, \mathbf{m}_i, i = 1 \dots 300$. Была сгенерирована случайная матрица рассогласования осей магнетометра и акселерометра, после чего показания магнетометра были помножены на эту матрицу. К показаниям акселерометра и магнетометра был добавлен шум с заданным среднеквадратичным отклонением и нормальным распределением. После этого с помощью каждого из трех описанных методов были произведены оценки матрицы рассогласования координатных осей и заданного угла между векторами магнитной индукции и вектором ускорения свободного падения. Результирующая ошибка усреднялась для 30 повторяющих-

ся экспериментов для каждой величины шума. На рис. 1, 2 представлены графические зависимости ошибки оценки угла и матрицы рассогласования от величины шума. По горизонтальной оси отложено среднеквадратичное отклонение нормально распределенного шума, добавляемого к измерениям. Из графиков видно, что точность аналитического метода расчета при использовании TLS сопоставима с решением нелинейной оптимизационной задачи.

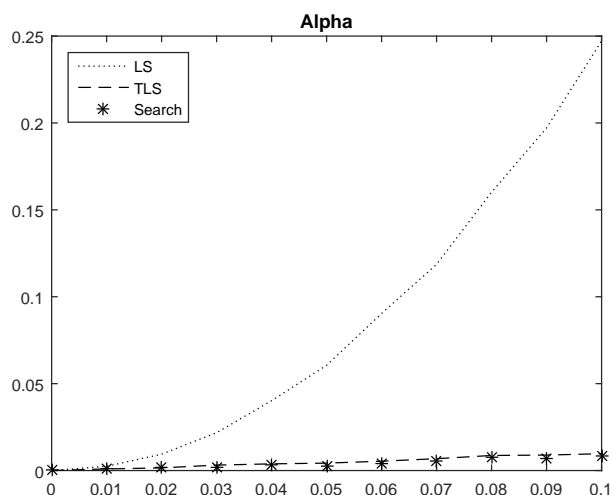


Рисунок 1. Модуль ошибки определения угла (в радианах) между вектором \mathbf{g} и вектором магнитной индукции

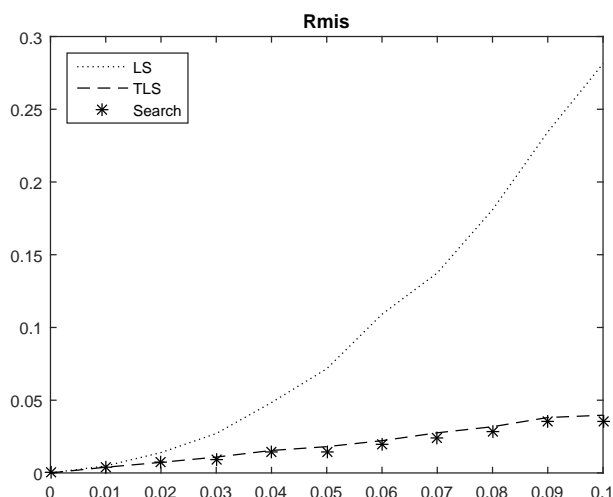


Рисунок 2. Ошибка определения матрицы – Фробениусова норма разницы между заданной матрицей поворота и ее оценкой для каждого из методов

2. Экспериментальная часть

2.1. Схема эксперимента

Для получения исходных данных использовался датчик SensorTag производства TI. В состав данного прибора, помимо прочего, входят трехосевой акселерометр и трехосевой магнетометр. Внешний вид датчика с расположением осей показан на рис. 3:

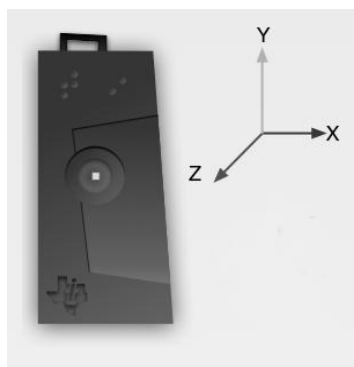


Рисунок 3. Датчик SensorTag

Сбор исходных данных подразумевает фиксацию датчика в различных положениях в пространстве, для чего был собран стенд, представляющий собой карданов подвес с сервоприводами, расположенными в каждой из осей. Фотография стенда представлена на рис. 4. Кинематическая схема имеет вид согласно рис. 5.

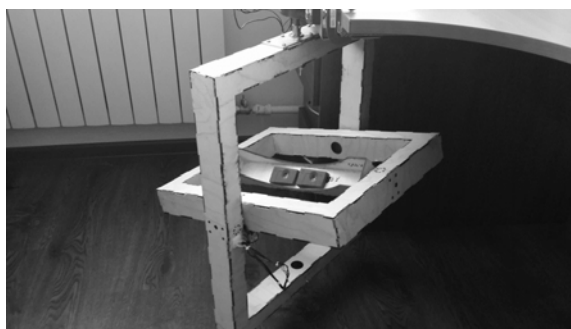


Рисунок 4. Стенд калибровки датчиков

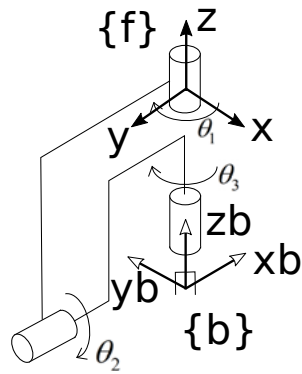


Рисунок 5. Кинематическая схема станда

Матрицу поворота из связанной системы координат в фиксированную можно записать следующим образом:

$$\mathbf{R}_{fb}(\theta_1, \theta_2, \theta_3) = e^{[\omega_1]\theta_1} e^{[\omega_2]\theta_2} e^{[\omega_3]\theta_3} \mathbf{R}_0, \quad \text{где } R_0 = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad \omega_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix}, \quad \omega_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \omega_3 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix}.$$

Углы $\theta_1, \theta_2, \theta_3$ менялись равномерно в диапазоне $0 \dots 360$ градусов, и для каждого положения считывались показания акселерометра и магнетометра, которые изображены точками на рис. 6 (справа – показания акселерометра, слева – магнетометра).

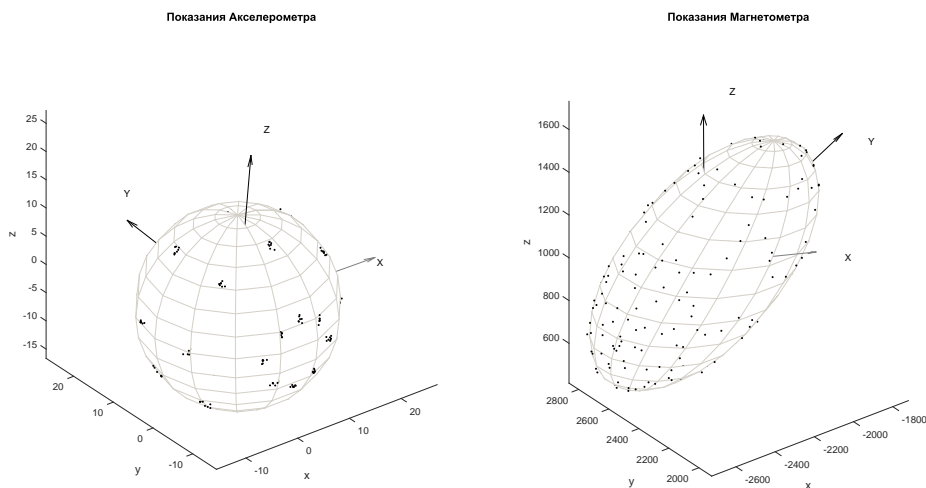


Рисунок 6. Исходные данные для калибровки

На рис. 6 также показаны геометрические оси прибора в связанной системе координат

нат. Для нахождения этих осей был произведен дополнительный эксперимент. Было выполнено последовательное вращение с постоянным шагом 18 градусов вокруг геометрических осей X, Y, Z прибора, при этом ось вращения была ориентирована вертикально вдоль оси Z неподвижной системы координат согласно табл. 1. Полученные при этом показания акселерометра и магнетометра для каждого из вращений были усреднены. Так было получено значение векторов X, Y, Z геометрических осей прибора в терминах измерений каждого из датчиков.

Таблица 1. Последовательность вращений при проведении эксперимента

Ось вращения	θ_1	θ_2	θ_3
OX	$0^\circ \dots 360^\circ$	-90°	0°
OY	0°	0°	$0^\circ \dots 360^\circ$
OZ	$0^\circ \dots 360^\circ$	-90°	90°

Небольшое отклонение осей на рис. 6 с показаниями акселерометра вызвано неточностью размещения датчика в подвесе, а также низкой точностью и грубой дискретизацией показаний акселерометра (16 единиц АЦП/1 g). В то же время на рисунке с показаниями магнетометра мы видим большое отклонение геометрических осей, что может быть связано как с механическим несовпадением осей, так и с межосевой чувствительностью магниторезистивных элементов датчика.

2.2. Результаты эксперимента

В начале эксперимента проводилась независимая калибровка магнитометра и акселерометра методом поиска оптимальных параметров эллипсоида [4]. Показания магнетометра после калибровки имеют вид согласно рис. 7 (слева). В отличие от рис. 6 (справа) видно, что точки ложатся на единичную сферу, но ориентация осей остается неправильной. После дополнительного устранения рассогласования осей видно (рис. 7, справа), что точки по-прежнему лежат на сфере, но ориентация осей исправлена путем домножения нормированных векторных показаний магнетометра на матрицу поворота, устраняющую рассогласование. Координаты этих осей в терминах показаний датчиков приведены в

табл. 2.

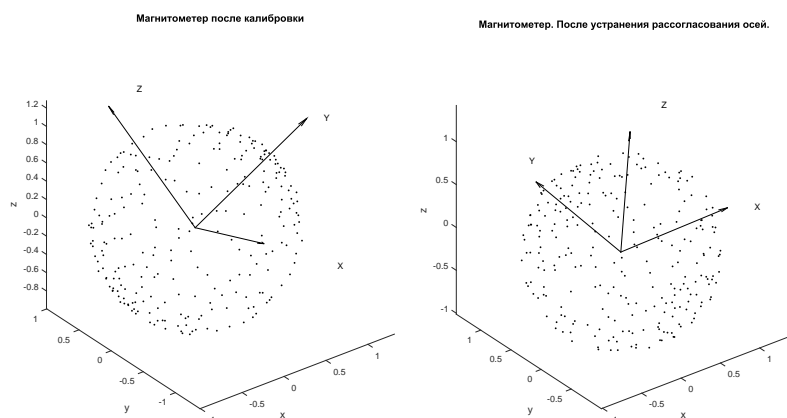


Рисунок 7. Показания магнетометра после калибровки методом подбора оптимальных параметров эллипса (слева) и после дополнительного устранения рассогласования осей (справа)

Таблица 2. Координаты геометрических осей прибора в терминах показаний датчиков

Связанная СК	X			Y			Z		
	x	y	z	x	y	z	x	y	z
Подвижная СК									
Акселерометр до калибровки	16,04	-0,09	-1,61	0,46	15,99	1,03	1,05	-1,32	15,97
Магнетометр до калибровки	72	10	-279	312	268	-211	-33	325	-25
Акселерометр после калибровки	0,972	-0,007	-0,076	0,01	1,016	0,09	0,034	-0,11	1,039
Магнетометр после калибровки МНК	0,920	0,045	-0,007	0,001	0,918	0,112	0,036	-0,05	0,93
Магнетометр после калибровки, метод полных НК	0,920	0,045	-0,007	0,001	0,918	0,112	0,036	-0,05	0,93
Магнетометр после калибровки, оптимизационный метод	0,920	0,045	-0,007	0,001	0,918	0,113	0,035	-0,05	0,93

Из табл. 2 видно, что исходные показания акселерометра и магнетометра не являются единичными векторами, кроме того, направления осей магнетометра смещены. После проведения калибровки векторные измерения имеют единичную длину, а также совпада-

ют для двух датчиков по направлению. Для получения численной оценки ошибки разных методов вычислено рассогласование ориентации по следующему критерию:

$$e = \sqrt{\sum_{i=x,y,z} (N_{acc}^i - N_{mag}^i)^2}, Nm\{X, Y, Z\}.$$

Результаты приведены в табл. 3. В пределах указанной точности различий в определении ориентации разными методами не обнаруживается. Связанно это, по всей видимости, с тем, что различия в точности работы методов оказываются незаметны на фоне больших неточностей работы самих датчиков, в особенности акселерометра с его очень низкой разрешающей способностью. Тем не менее, каждый из описанных методов позволяет компенсировать рассогласование осей насколько это возможно при применении имеющихся аппаратных средств. Кроме того, рассчитанное значение угла между вектором ускорения свободного падения и вектором магнитной индукции получилось равным 21° , что соответствует магнитному наклонению (углу между вектором магнитной индукции и горизонтальной плоскостью) 69° . Данное значение близко к магнитному наклонению на широте Москвы (70°), где проводился данный эксперимент.

Таблица 3. Итоговая ошибка при определении ориентации осей разными методами

Название метода	X	Y	Z
Метод наименьших квадратов	0,068	0,095	0,115
Метод полных наименьших квадратов	0,068	0,095	0,115
Оптимизационный метод	0,068	0,095	0,115

Выводы

В статье приведено три метода нахождения рассогласования осей акселерометра и магнетометра. Данные методы не требуют априорных знаний о магнитном наклонении, более того, они позволяют оценить его величину. Оптимизационный подход предлагает способ нахождения вектора поворота, который, в отличие от матрицы поворота, применяемой в работах других авторов, не имеет ограничений в виде ортонормированности, что упрощает задачу. Кроме того, были предложены два аналитических способа. Результаты моделирования показали, что при использовании аналитического подхода с методом пол-

ных наименьших квадратов результаты расчета мало отличаются от оптимизационного подхода даже при больших шумах в измерениях. Теоретические выкладки были получены экспериментально и показали сопоставимую точность работы. Экспериментально полученная величина магнитного наклона совпала с хорошей точностью с величиной магнитного наклона для Москвы, где проводился данный эксперимент. Результаты работы нашли применение в медицинских изделиях, разрабатываемых в ПАО «Институт Электронных управляющих машин им. И.С. Брука».

ЛИТЕРАТУРА

1. *Crassidis J.L., Markley F.L., Cheng Y. A Survey of Nonlinear Attitude Estimation Methods, AIAA Journal of Guidance, Control, and Dynamics, Vol. 30, No. 1, 2007.*
2. *Shin E.-H. Estimation Techniques for Low-Cost Inertial Navigation, UCGE Reports, May 2005.*
3. *Shuster M.D. Deterministic three-axis attitude determination// The Journal of the Astronautical Sciences, Vol. 52, No. 3, July-September 2004, pp. 405-419.*
4. *J.Merayo et al. Scalar calibration of vector magnetometers, Meas. Sci. Technol., 11, 2000. pp. 120-132.*
5. *Markovsky I., Kukush A. and Van Huffel S. Consistent least squares fitting of ellipsoids // Numerische Mathematik, 98 (1), 2004, pp. 177-194.*
6. *Valerie Renaudin et al. Complete Triaxis Magnetometer Calibration in the Magnetic Domain. Journal of Sensors, 2010, Vol. 2010.*
7. *Pant B.B. u Caruso M. Magnetic Sensor Cross-Axis Effect. AN 205, Honeywell.*
8. *Elkaim G.H. Misalignment calibration using body frame measurements. In American Control Conference. IEEE. 2013.*
9. *Kok M., Hol J.D., Shon T.B., Gustafsson F. and Luinge H. Calibration of a magnetometer in combination with inertial sensors, Enschede, the Netherlands, 2012.*

10. Markovsky I, Van Huffel S. Overview of total least squares methods // *Signal Processing*, 10, 2007.

ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРАХ

Тлисов Али Асланович, ведущий инженер-программист, ПАО «Институт электронных управляющих машин им. И.С. Брука», 119334, Москва, ул. Вавилова, д. 24, (495)455-84-93, ali.tlisov@gmail.com.

Прокопенко Роман Александрович, к.ф.-м.н., старший научный сотрудник, ПАО «Институт электронных управляющих машин им. И.С. Брука», 119334, Москва, ул. Вавилова, д. 24, (495)455-84-93, prokor_r@ineum.ru.

Баловнев Дмитрий Андреевич, начальник отдела, ПАО «Институт электронных управляющих машин им. И.С. Брука», 119334, Москва, ул. Вавилова, д. 24, (495)455-57-91, balovnev_d@ineum.ru.